

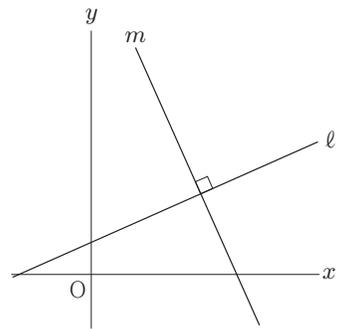
■ 垂直な2直線の傾きの関係

右図のように、座標平面上において垂直な2直線 l , m があり、直線 l の傾きが p 、直線 m の傾きが q のとき、

$$p \times q = -1$$

が成り立つ。

($p \times q = -1$ が成り立つとき、2直線 l , m は垂直ともいえる。)



解説

右図のように2直線 l , m の交点を A とし、 x 軸、 y 軸に平行な線分を用いて、 $AB = 1$, $BC = a$ となる $\triangle ABC$ と、 $AD = 1$, $DE = b$ となる $\triangle EDA$ をつくる。このとき、

$$p = \frac{a}{1} \text{ より, } a = p \cdots \cdots \textcircled{1} \quad q = \frac{-b}{1} \text{ より, } b = -q \cdots \cdots \textcircled{2}$$

ここで、 $\angle ABC = \angle EDA = 90^\circ$ また、 $\triangle ABC$ の内角の和と一直線に並ぶ角の関係から、 $\angle BCA = 180^\circ - 90^\circ - \angle CAB = \angle DAE$

よって、 $\triangle ABC \sim \triangle EDA$ なので、 $AB : BC = ED : DA$

つまり、 $1 : a = b : 1$ だから、 $ab = 1$

①、②より、 $p \times (-q) = 1$ となるから、 $p \times q = -1$

